

Михаил Владимирович Морозов
кафедра минералогии, кристаллографии и петрографии
Санкт-Петербургский горный институт

 morozov.minsoc.ru 

Кристаллохимия

лекция 2.
Элементы симметрии бесконечных фигур.
Взаимодействие элементов симметрии.

специальность «Прикладная геохимия, минералогия, петрология», 3 семестр
2011

Элементы симметрии конечных фигур

- центр инверсии $\bar{1}$
- плоскости симметрии m
- оси симметрии

простые	2	3	4	6
инверсионные	$\bar{2} = m$	$\bar{3} = \bar{1} \cdot 3$	$\bar{4}$	$\bar{6} = 3 \cdot m_{\perp}$

2

Элементы симметрии бесконечных фигур

к известным добавляются:

- оси трансляций
- плоскости скользящего отражения
- винтовые оси

Все эти э.с. содержат в себе долю трансляции.

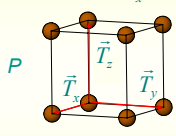
Вместе с обычными их называют «плоскости симметричности» и «оси симметричности».

3

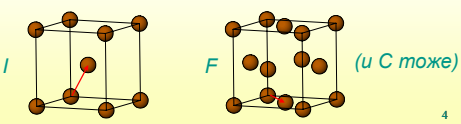
Вектора трансляции \vec{T}

Основные трансляции соответствуют рёбрам э.я. ($\parallel x, y, z$).

Примитивная ячейка: $\vec{T}_x, \vec{T}_y, \vec{T}_z$





Не примитивные ячейки – доп. диагональные \vec{T} :



4

Правила составления чертежей

1. Проекция на плоскость XY. $m \parallel XY$:  
2. Если объект находится выше или ниже XY – около него пишется соотв. координата z:
 - если известна точно – в долях э.я. ($\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ и т.п.);
 - произвольная пишется «+» (выше XY), «-» (ниже).
3. Операцию симметрии обозначает запятая до и после операции: $\bar{6}$ («верх»), \bullet («низ»).

5

Плоскости скользящего отражения



п.с.о. $\vec{T} = \frac{1}{2} \vec{T}$

поступание происходит на половину имеющейся трансляции

a	b	c	n	d
в направлении координатной оси (соотв.: X, Y, Z)			$\frac{1}{2}$ диагонали грани э.я.	$\frac{1}{4}$ диагонали грани э.я.

6

Плоскости симметричности на чертеже

$\vec{i}_a = \frac{\vec{T}_x}{2}$
 $\vec{i}_a = \frac{\vec{T}_x}{2}$

7

Плоскости симметричности на чертеже

$\vec{T}_n = \frac{\vec{T}_x}{2} + \frac{\vec{T}_z}{2}$
 $\vec{T}_n = \frac{\vec{T}_x}{2} + \frac{\vec{T}_y}{2}$
 $\vec{T}_n = \frac{\vec{T}_y}{2} + \frac{\vec{T}_z}{2}$

8

Плоскости симметричности на чертеже

«алмазная» плоскость скольжения

$\vec{T}_d = \frac{\vec{T}_n}{2} = \frac{\vec{T}_x}{4} + \frac{\vec{T}_z}{4}$
 $\vec{T}_d = \frac{\text{диагональ грани э.я.}}{4}$

встречается только у ячеек с центрированными гранями

стрелка указывает направление трансляции!

$\vec{T}_d = \frac{\vec{T}_x}{4} + \frac{\vec{T}_y}{4}$

9

Центр инверсии

10

Винтовые оси

Обозначения:

номер оси $\rightarrow N_n$ \leftarrow доля трансляции

например: $2_1, 3_1, 4_3, 6_2 \dots$

Вертикальные винтовые оси переносят объект на n/N трансляции вверх от XY (т.е. по направлению Z), поворачивая его **против** часовой стрелки (т.е. как обычный «правый» винт, ввинчивающийся **снизу**).

Оси, проходящие под углом к XY, на чертеже не обозначаем.

11

Оси симметричности

порядок оси	простые	инверсионн.	винтовые
2	2	$\bar{2} = m$	2_1
3	3	$\bar{3} = 3 \cdot \bar{1}$	$3_1, 3_2$
4	4	$\bar{4}$	$4_1, 4_2, 4_3$
6	6	$\bar{6} = 3 \cdot m_{\perp}$	$6_1, 6_2, 6_3, 6_4, 6_5$

12

Оси симметричности на чертеже

13

Оси симметричности на чертеже

14

Оси симметричности на чертеже

15

Оси симметричности на чертеже

16

Взаимодействие элементов симметрии

Теорема вращения Эйлера:

любое перемещение твёрдого тела в 3-мерном пространстве, такое, что одна точка твердого тела остается неподвижной, эквивалентно вращению вокруг неподвижной оси, проходящей через неподвижную точку.

Это также означает, что сумма двух последовательных вращений эквивалентна одному вращению.

Леонард Эйлер (Leonhard Euler) российский, немецкий и швейцарский математик 1707-1783

http://en.wikipedia.org/wiki/File:Leonhard_Euler.jpg (user: Wars)

17

Взаимодействие элементов симметрии

теоремы были на 1 курсе:

- линия пересечения двух m является осью симметрии
- через \bar{l} , лежащий на m проходит чётная ось вращения

и т.п.

18

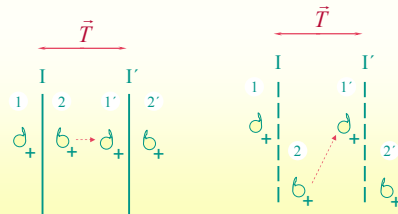
Взаимодействие элементов симметрии

Для бесконечных фигур добавляются теоремы о взаимодействии между э.с. и трансляциями и трансляционными элементами п.с.о. и винт. осей.

19

Взаимодействие элементов симметрии

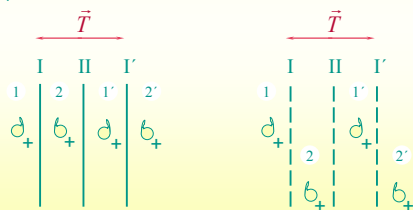
Теорема 1.
При взаимодействии плоскости симметрии какого-либо типа σ к ней T , на середине этой T возникает новая плоскость, параллельная исходной и одинакового с ней типа.



20

Взаимодействие элементов симметрии

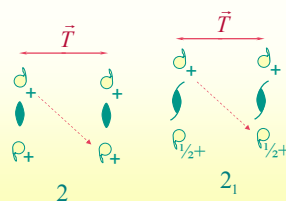
Теорема 1.
При взаимодействии плоскости симметрии какого-либо типа σ к ней T , на середине этой T возникает новая плоскость, параллельная исходной и одинакового с ней типа.



21

Взаимодействие элементов симметрии

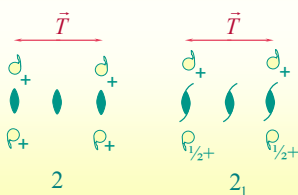
Теорема 2.
При взаимодействии оси симметрии 2-го порядка C_2 к ней T , на середине этой T возникает новая ось 2-го порядка, параллельная исходной и одинакового с ней типа.



22

Взаимодействие элементов симметрии

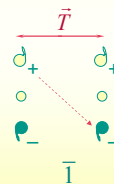
Теорема 2.
При взаимодействии оси симметрии 2-го порядка C_2 к ней T , на середине этой T возникает новая ось 2-го порядка, параллельная исходной и одинакового с ней типа.



23

Взаимодействие элементов симметрии

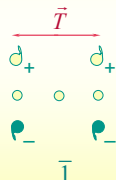
Теорема 3.
При взаимодействии центра инверсии i с T , на середине этой T возникает новый центр инверсии.



24

Взаимодействие элементов симметрии

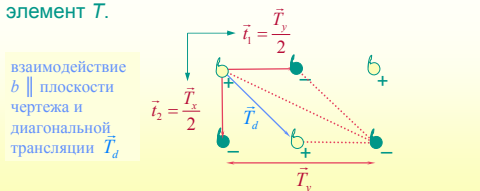
Теорема 3.
При взаимодействии центра инверсии с T , на середине этой T возникает новый центр инверсии.



25

Взаимодействие элементов симметрии

Теорема 4.
При взаимодействии э.с. с T , направленной \parallel этому элементу, возникающий элемент симметрии совпадает с исходным. Трансляционный вектор \vec{t} этого э.с. равен сумме трансляционного вектора исходного элемента и вектора действующей на этот элемент T .

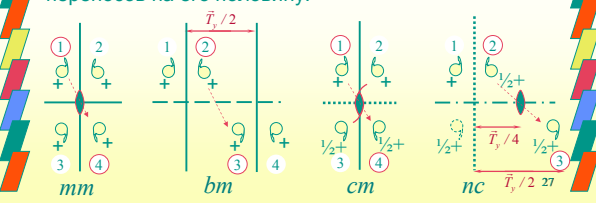


→ плоскость $e \parallel$ плоскости чертежа (действует и как a , и как b)

26

Взаимодействие элементов симметрии

Теорема 5.
Если ось 2-го порядка возникла в результате взаимодействия плоскостей симметрии, содержащих переносы (трансляционные компоненты), то эта ось смещается от линии пересечения плоскостей в направлении каждого из переносов на его половину.

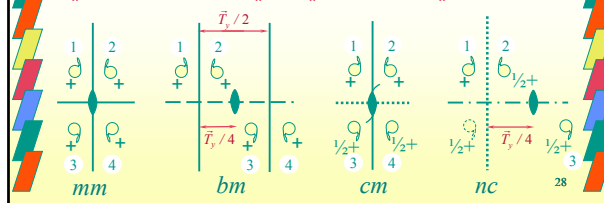


27

Взаимодействие элементов симметрии

Внимание! При взаимодействии оси симметрии с трансляционным компонентом, **параллельным** оси, действие этого компонента складывается с собственным трансляционным компонентом оси (если он есть):

$$T_{\parallel}/2 \cdot 2 = 2, \quad T_{\parallel}/2 \cdot T_{\parallel}/2 \cdot 2 = 2, \quad T_{\parallel}/2 \cdot 2_1 = 2$$



28

Взаимодействие элементов симметрии

Теорема 6.
Если центр инверсии возник в результате взаимодействия плоскости симметрии и \perp к ней оси симметрии, содержащих переносы (трансляционные компоненты), то этот центр инверсии смещается от точки пересечения плоскости и оси в направлении каждого из переносов на его половину.

29