

Михаил Владимирович Морозов  
кафедра минералогии, кристаллографии и петрографии  
Санкт-Петербургский горный институт

[morozov.minsoc.ru](http://morozov.minsoc.ru)

**Кристаллохимия**


лекция 4.  
Пространственные группы:  
низшая категория (окончание),  
тетрагональная сингония.

специальность «Прикладная геохимия, минералогия, петрология», 3 семестр  
2011

### Взаимодействие плоскости с диагональной трансляцией

П.гр. Ccc2

$T_d = T_{\text{базоцентр.}}$

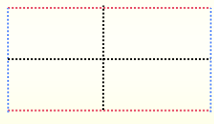


2

### Взаимодействие плоскости с диагональной трансляцией

П.гр. Ccc2

$c_x + c_y \quad \tau.1$




3

### Взаимодействие плоскости с диагональной трансляцией

П.гр. Ccc2

$T_d \cdot c_x =$




$T_d \cdot c_x = n_x$

4

### Взаимодействие плоскости с диагональной трансляцией

П.гр. Ccc2

$T_d \cdot c_y = n_y$




5

### Взаимодействие плоскости с диагональной трансляцией

П.гр. Ccc2

$c \cdot c = 2$



6

### Взаимодействие плоскости с диагональной трансляцией

П.гр.  $C_{2c}2$

$\tau \cdot 2$

7

### Взаимодействие плоскости с диагональной трансляцией

П.гр.  $C_{2c}2$

$2 \cdot T_d = n \cdot n = 2'$

8

### Взаимодействие плоскости с диагональной трансляцией

П.гр.  $C_{2c}2$

9

### П. гр. ромбической сингонии: класс $mmm$

Возникает комбинация различных плоскостей симметрии, перпендикулярных X, Y и Z (аналогично примеру  $mm2$ ): много п. гр. и аспектов.

Центрированные ячейки (C, I, F) создают чередование плоскостей.

Начало координат обычно в центре инверсии.

*Чертёж п.гр. входит в д/з 1.*

10

### П. гр. ромбической сингонии: п.гр. $Pnma$

Очень распространённая п.гр.  
Часто приводится не в стандартном, а в «минералогическом» аспекте  $Pbnm$ .

самая симметричная точка – центр инверсии  $(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4})$   
переносим в неё начало координат

11

### П. гр. ромбической сингонии: п.гр. $Pnma$

Очень распространённая п.гр.  
Часто приводится не в стандартном, а в «минералогическом» аспекте  $Pbnm$ .

12

### П. гр. триклинной сингонии

Нет ни осей, ни плоскостей.  
Только примитивная решётка.  
Только 2 варианта:

$P1$   
 $P\bar{1}$

13

### П. гр. моноклинной сингонии

Ячейки  $P$  или  $C$ .  
Плоскость  $m$  или  $c$ .  
Оси 2 или  $2_1$ .  
всего 14 п.гр.

14

### П. гр. тетрагональной сингонии

В тетрагональной сингонии возможны только  $P$  или  $I$  ячейки Браве.



соотношение между  $C$ - и  $P$ -ячейками

15

### П. гр. тетрагональной сингонии

В тетрагональной сингонии возможны только  $P$  или  $I$  ячейки Браве.



соотношение между  $F$ - и  $I$ -ячейками

- узел  $z = 0$  (на  $XY$ )
- узел  $z = \frac{1}{2}$  (на  $XY$ )

16

### П. гр. тетрагональной сингонии

Обозначение пространственной группы:

1 2 3 4 5

Б «4» /пл.  $\parallel x(y)$   $\angle 45^\circ x(y)$  диагональный э.с.

ячейка Браве пл-ть  $\perp$  пл. оси э.с., располаг. по напр.  $x (=y)$

главная о.с. 4-го порядка

пример:  $P4_2/mnm$

17

### Взаимодействие 4 с трансляцией

**Теорема 7.**  
При взаимодействии оси симметричности 4-го порядка с перпендикулярной к ней  $T$  возникает ещё одна такая же ось, параллельная исходной и проходящая через центр квадрата, стороной которого служит эта  $T$ .



18

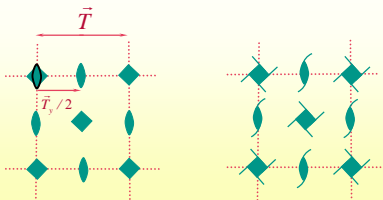
## П. гр. тетрагональной сингонии

4 всегда включает в себя 2

это новый взгляд:

на 1 курсе мы рассматривали только старшую ось  
теперь мы рассматриваем **все** неэквивалентные операции  
симметрии, даже если положение соответствующих э.с.  
совпадает в пространстве

оси 2-го порядка взаимодействуют с  $T$  по  $\tau.2$

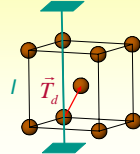


19

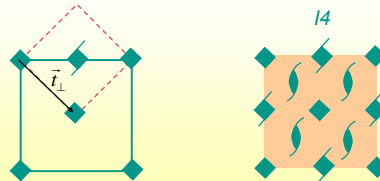
## Объемноцентрированная ячейка

$$\vec{T}_d = \frac{\vec{T}_x}{2} + \frac{\vec{T}_y}{2} + \frac{\vec{T}_z}{2} = \vec{t}_{||} + \vec{t}_{\perp}$$

$$\vec{t}_{||} = \frac{\vec{T}_x}{2} \quad \vec{t}_{\perp} = \frac{\vec{T}_y}{2} + \frac{\vec{T}_z}{2}$$



$t_{\perp}$  сдвигает ось в центр квадрата из  $t_{\perp}$  ( $\tau.7$ ),  
а  $t_{||}$  делает ось винтовой

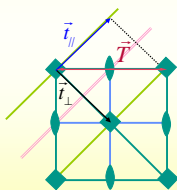


20

## Плоскости || главной оси

а) плоскости || координатной плоскости XZ (YZ)  
→  $\tau.1$ : появляется плоскость на  $\frac{1}{2}T$

б) диагональные плоскости ( $\angle 45^\circ$  к XZ(YZ))  
→  $t_{\perp}$  сдвигает плоскость на  $\frac{1}{2}t_{\perp}$  ( $\tau.1$ ),

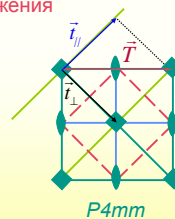


21

## Плоскости || главной оси

а) плоскости || координатной плоскости XZ (YZ)  
→  $\tau.1$ : появляется плоскость на  $\frac{1}{2}T$

б) диагональные плоскости ( $\angle 45^\circ$  к XZ(YZ))  
→  $t_{\perp}$  сдвигает плоскость на  $\frac{1}{2}t_{\perp}$  ( $\tau.1$ ),  
а  $t_{||}$  превращает её в плоскость скользящего  
отражения



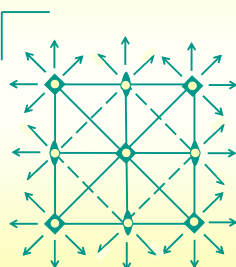
22

## Возникновение инверсии

при взаимодействии  $4$  и  $m$  на месте их пересечения  
возникает  $\bar{4}$ , а на месте  $4$  – дополнительно к ней –  $\bar{4}$

$P4/mmm$

но если главная ось  
и  $\perp$  плоскость содержат  
поступания, то  
производные от них э.с.  
смещаются от места  
пересечения в сторону,  
в соотв. с  $\tau.6$  и  $7$



23